LAS MATEMÁTICAS EN EL ANTIGUO EGIPTO

Lina Morales Peral

INTRODUCCIÓN

En la Historia de las Matemáticas pueden distinguirse períodos aislados, diferenciados uno del otro por una serie de particularidades características. Podemos preguntar: ¿En qué momento termina la Edad de Piedra y comienza la Edad de los Metales? Es ésta una pregunta cuyas diversas respuestas están ligadas con más frecuencia a preocupaciones de tipo geográfico, cultural y económico. Parece cierto que el Neolítico se prolonga más en Europa y termina antes en algunas zonas de Asia y África.

Si convenimos en hacer coincidir el nacimiento de las civilizaciones antiguas con el advenimiento de la Edad de los Metales, las primeras sociedades organizadas se formaron en las orillas de los grandes ríos, como el Nilo, el Eufrates, el Tigris y los principales ríos de la India y de China.

La periodización es necesaria para poder orientarse con mayor facilidad en toda la riqueza de hechos que presenta el desarrollo histórico de las matemáticas. Sin embargo, el papel de tales periodizaciones es puramente auxiliar y se determina por las necesidades del objetivo fundamental: el descubrimiento de líneas objetivas del desarrollo de las matemáticas.

El proceso de formación de los conceptos matemáticos y de los procedimientos regulares de solución de determinadas clases de problemas elementales abarcan un gran intervalo de tiempo. Su comienzo probablemente data de tiempos remotos, cuando el hombre pasó a utilizar instrumentos para la obtención de medios de subsistencia y, posteriormente, al intercambio de los productos de su trabajo. Este período concluye con el surgimiento de formas cualitativamente nuevas del pensamiento matemático, esto es, cuando el conjunto de estos conceptos y métodos y su contenido se hicieron lo suficientemente ricos para constituir sistemas lógicamente relacionados, es decir, formas primarias de teorías matemáticas.

Los testimonios materiales, por los que puede estudiarse este período, el más antiguo en la historia de las matemáticas, son escasos e incompletos. El balance cronológico de las civilizaciones de los valles del Indo y del Changijiang (Yangtsé) - ríos que nacen en el Tíbet y se dirigen respectivamente hacia el norte de la India y hacia el este de China – se apoya en crónicas cuya veracidad se pone en duda con frecuencia. Por el contrario, las informaciones procedentes de los habitantes del valle del Nilo y del "Creciente Fértil" ofrecen, en las fuentes recogida hasta ahora, una mayor objetividad y una interpretación más acertada de las actividades matemáticas de estos pueblos.

Las formas y vías del desarrollo de los conocimientos matemáticos en los diferentes pueblos son muy diversas; sin embargo, el común para todos los pueblos es que todos los conceptos básicos de las matemáticas: número, figura, área, prolongación infinita de la serie natural, etc., surgieron de la práctica y atravesaron un largo período de perfeccionamiento.

ORIGEN

La civilización babilónica engloba un conjunto de pueblos que vivieron en Mesopotamia en un período que comienza hacia el 5000 a. de C. y termina en los primeros tiempos del cristianismo. Uno después de otro, estos pueblos – sumerios, acadios, caldeos, asirios, babilonios y otros – contribuyeron a establecer las características de la civilización babilónica. Más exactamente, la ciudad de Babilonia fue el centro cultural del "Creciente Fértil" entre los años 2000 y 550 a. de C.

La civilización egipcia nació probablemente de un gran número de pequeñas comunidades urbanas y rurales que se unieron progresivamente en dos reinos, el Alto y el Bajo Egipto. Egipto fue considerado durante mucho tiempo, debido al clima muy seco de la región y al culto que los egipcios profesaban a sus muertos, como el campo por excelencia de las excavaciones históricas. Por esto, Egipto está lleno de construcciones de todo tipo (templos, pirámides, obeliscos, etc.) y contienen numerosos papiros y objetos que el clima favorable ha conservado muy bien.

FUENTES

El conocimiento actual de las matemáticas babilónicas procede de excavaciones arqueológicas emprendidas a mediados del siglo XIX, en las cuales se recogieron casi medio millón de tablillas de arcilla, de las cuales más de 300 conciernen al ámbito matemático, esencialmente. Cada tablilla de arcilla, impresa con escritura cuneiforme, tenía que ser cocida, por lo que estos documentos se conservan en bastante buen estado. Sin embargo, hubo que esperar para apreciar verdaderamente los conocimientos matemáticos contenidos en estos documentos debido a las dificultades encontradas para descifrar estos textos de escritura cuneiforme.

Entre estas tablillas de arcilla encontramos textos matemáticos procedentes del último período sumerio (hacia el año 2100 a. de C.); un número mayor de ellos pertenece a la primera dinastía babilónica (época del rey Hammurabi), y por último, muchos de ellos pueden situarse entre el año 600 a. de C. y el 300 d. de C. Los textos matemáticos contienen esencialmente series de números, relaciones geométricas y listas de problemas. En particular, las tablillas contienen multiplicaciones, números y sus inversos, cuadrados y cubos, y también algunas relaciones numéricas en términos de exponentes. El contenido matemático revelado por estos textos es suficientemente variado.

Mientras tanto, a los escritos egipcios les ha ido mejor que a los babilónicos en este aspecto. Fue la expedición de Napoleón a Egipto la que confirió el impulso suficiente al estudio científico de la civilización egipcia; fueron soldados franceses los que llevaron a cabo el más importante de los descubrimientos: excavando cerca de Rosetta, al este de

Alejandría, extrajeron una piedra de basalto en la que había una inscripción en tres lenguas: griego, demótico y jeroglífico. La piedra de Rosetta revelaba a los investigadores la traducción griega de un texto en escritura jeroglífica y en la vieja escritura popular egipcia (demótico). Se tenía la llave para descifrar los jeroglíficos, pero ¿cómo había que utilizarla? Esto se pudo lograr gracias al trabajo constante y minucioso.

Afortunadamente, el clima seco de Egipto favoreció la conservación de algunos papiros. Los principales documentos con que se cuenta en la actualidad son:

1) **El papiro de Rhind**. Escrito por el escriba Ahmes hacia el año 1650 a. de C. y exhumado en Tebas en 1855, es un rollo de papiro comprado en 1858 por Henry Rhind y conservado en el Museo Británico de Londres que constituye una fuente importante de la que obtenemos el conjunto de conocimientos matemáticos egipcios. Contiene 85 problemas, redactados en escritura hierática. Este texto, según Ahmes, es una copia de un texto más antiguo (2000-1800), algunos de cuyos elementos proceden quizá de períodos más antiguos. Para su resolución se realizan operaciones con fracciones, se utiliza geometría (área del rectángulo, triángulo, trapecio, círculo), cálculo de dimensiones y volúmenes de pirámide. Las cinco partes del manual de Ahmes se refieren respectivamente a la aritmética, la estereometría, la geometría, el cálculo de pirámides y varios problemas prácticos.

2) **El papiro de Moscú**. Rollo de papiro comprado en Egipto en 1893 y conservado en el museo de artes de Moscú, fue escrito hacia el año 1850 a. de C. por un escriba desconocido. Contiene 25 problemas relacionados con la vida práctica y se parece al de Rhind, salvo en dos problemas de particular significación. El papiro de Moscú es, junto con el de Rhind, una de las principales fuentes de información de la matemática egipcia.

3) **El rollo de cuero de las matemáticas egipcias**. Rollo de cuero comprado con el papiro Rhind y conservado en el Museo Británico desde 1864. En 1927 se consiguió, no sin dificultad, desenrollar este documento de cuero y encontrar en él una colección, por duplicado, de 26 sumas escritas en forma de fracciones unitarias, esto es, fracciones con numeradores unitarios. Todo parece indicar que este rollo era una copia de un manual que servía de guía práctica para un futuro trabajo, lo cual arroja mucha luz sobre el aspecto mecánico contenido en las principales fuentes de las matemáticas egipcias, de la aritmética, además de proporcionar una justificación de la supuesta existencia de tablas típicas de fracciones.

4) **Los papiros de Kahun**, **Berlín**, **Reisner**, **Akhmén**, y algunos otros completan, en algunos puntos particulares, los conocimientos matemáticos que se derivan de los tres anteriores.

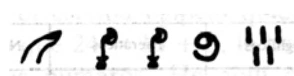
La escritura jeroglífica aparece, en general, en tumbas, monumentos y piedras, mientras que la escritura hierática (de forma cursiva) predomina en los papiros.

Papiro del Rhind (Museo Británico)

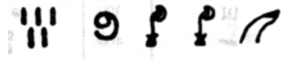
SISTEMAS DE NUMERACIÓN

Realmente no puede hablarse de un único sistema de numeración ya que, de hecho, se encuentran dos: el sistema jeroglífico, que utiliza jeroglíficos, y el hierático (sagrado) o sistema de los sacerdotes, que utiliza símbolos cursivos y que, en el siglo VIII a. de C. desembocara en el sistema demótico o sistema del pueblo, cursivo y de forma abreviada.

1) **Sistema jeroglífico**. Sistema de base 10, no posicional, en el que el principio aditivo determina la disposición de los símbolos. La utilización de este principio permite expresar cualquier número; cada símbolo se repite el número de veces necesario. Por ejemplo:

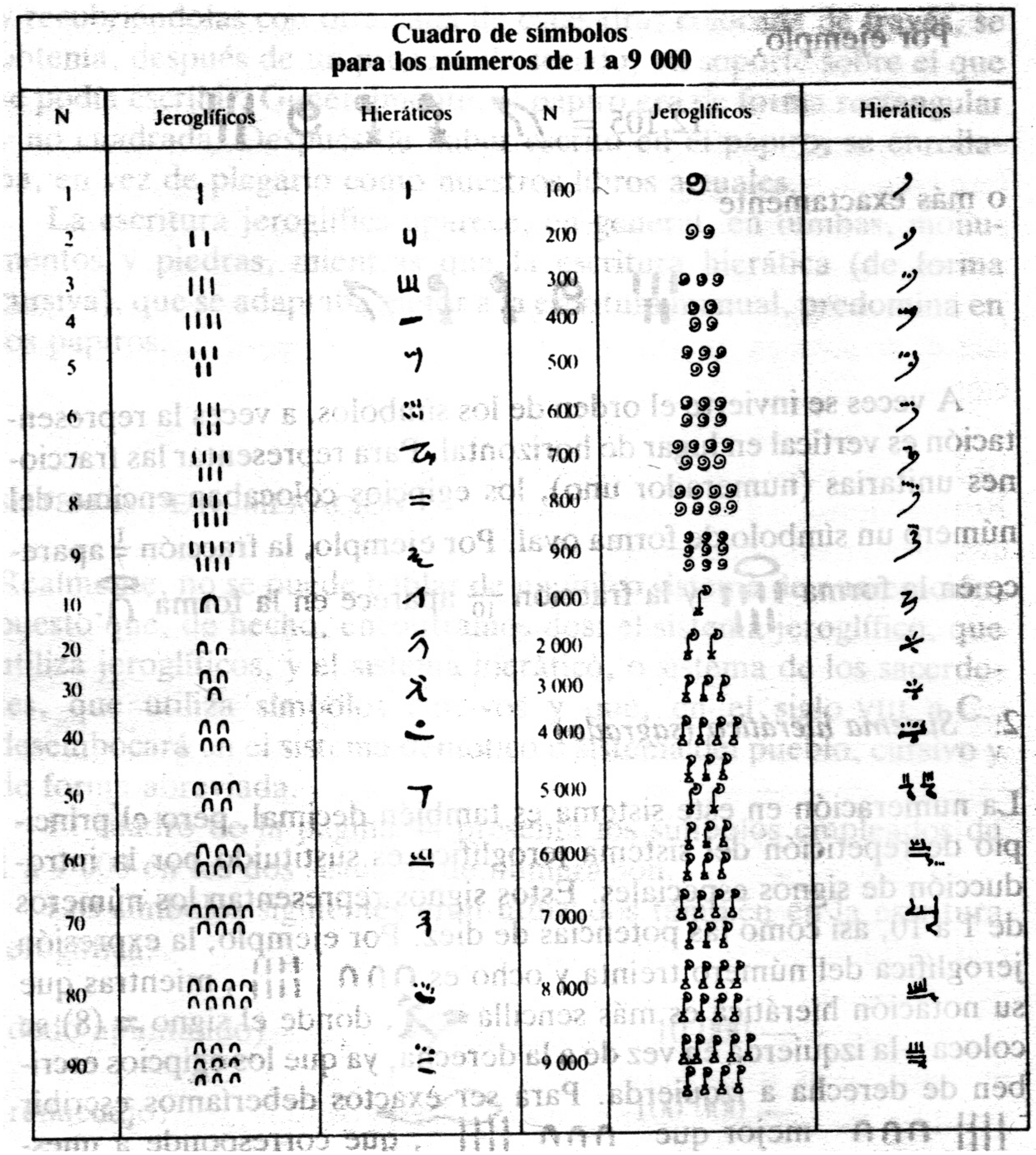
   12.105 = 

   o más bien

2) **Sistema hierático**. También es decimal, pero el principio de repetición del sistema jeroglífico se sustituye por la introducción de símbolos especiales, por lo que la notación hierática es más sencilla. Estos signos representan los números de 1 a 10, así como las potencias de 10. Los egipcios escriben de derecha a izquierda.

Generalmente, los egipcios utilizaban signos específicos para fracciones particulares como 2/3 y ½. En general, trabajaban con fracciones unitarias y cualquier fracción de la forma *p/q* se expresaba como una suma de fracciones unitarias. Las operaciones usuales se efectuaban, casi en su totalidad, con ayuda del principio de adición o por desdoblamiento.



ARITMÉTICA EGIPCIA

Toda la estructura de la aritmética egipcia se basa en dos principios operacionales: el primero es inherente a su capacidad de multiplicar y dividir por 2 y el segundo a su capacidad para calcular los dos tercios de cualquier número, entero o fraccionario. La operación aritmética fundamental en Egipto fue la adición.

La multiplicación de dos enteros se efectuaba, generalmente, mediante operaciones sucesivas de desdoblamiento, que dependen del hecho de que cualquier número puede expresarse como una suma de potencias de 2. Por ejemplo, si se quiere efectuar la multiplicación 24 x 37, como 24=16+8, basta con sumar los múltiplos de 37 de estos números, como sigue:

1	37
2	74
4	148
— 8	296 —
+ 16	592 +
= 24	=888

de donde 24x37=888.

De la misma manera, para efectuar la división 847÷33, se busca por cuánto debe multiplicarse 33 para obtener 847: Como los productos de 33 con potencias de 2 son 1, 33, 66, 132, 264, 528, etcétera, y entonces

$$\begin{aligned} 847 &= 528+319 \\ &= 528+264+55 \\ &= 528+264+33+22 \end{aligned}$$

Este principio de desdoblamiento, así como eliminaba la necesidad de aprender las tablas de multiplicar y facilitaba el empleo del ábaco para calcular y contar rápidamente, presentaba serias dificultades para la aplicación de estas operaciones a las fracciones, pues reducían todas las fracciones a sumas de fracciones unitarias a fin de simplificar las operaciones. Esta reducción fue posible gracias a la construcción de tablas que contenían fracciones del tipo $2/n$.

Pero también, el desarrollo y el tratamiento de las fracciones a un nivel alto permite comprender mejor el arte del cálculo aritmético. La construcción de la tabla de las fracciones $2/n$, de $n=3$ a $n=101$ con n impar, supone un trabajo considerable si se tiene en cuenta que las descomposiciones en fracciones unitarias de la tabla son generalmente las más sencillas que pueden obtenerse.

ÁLGEBRA EGIPCIA

El origen de muchos de los 110 problemas contenidos en los papiros Rhind y de Moscú está estrechamente relacionado con la vida cotidiana. Estos problemas se resuelven generalmente con la sola ayuda de la aritmética o utilizando ecuaciones lineales de la forma $x+ax=b$ o $x+ax+cx=b$, donde la incógnita x se llama *"aha"*.

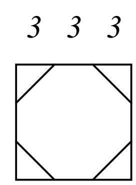
Generalmente, la solución de una ecuación lineal proviene de la aplicación del método de "falsa posición": Por ejemplo, si $x + x/7 = 24$ se asigna un primer valor a x y se comprueba si es válido: sea $x = 7$, entonces $7 + 7/7 = 8$, lo cual es falso (se esperaba que fuera 24) ; sin embargo, $3 \text{ x } 8 = 24$, de donde la solución es $3\text{x}7=21$, es decir, $x = 21$.

En general, los egipcios no resolvían la ecuación cuadrática, pero eso no les impidió resolver ciertas ecuaciones de segundo grado. Los egipcios utilizaban muy poco el simbolismo en su álgebra; manipulaban con éxito las progresiones aritméticas y quizás las geométricas y utilizaban con soltura la conmutatividad y la distributividad, y estaban familiarizados con el inverso de un número.

TRIGONOMETRÍA Y GEOMETRÍA EGIPCIAS

La mayoría de los problemas de geometría que aparecen en los papiros hacen referencia a fórmulas de medición necesarias para evaluar el área de figuras planas y de ciertos volúmenes. El área de un triángulo isósceles se obtiene multiplicando la mitad de la base por la altura. Los egipcios parecen acostumbrados a transformaciones que comprenden la semejanza de rectángulos con ayuda de triángulos isósceles y trapecios isósceles. Calculan también el volumen de cilindros y prismas, pero desconocen el Teorema de Pitágoras en su formulación general.

Un ejemplo: El área de un círculo se obtenía aplicando un cuadrado cuyo lado es igual a *8/9* de la longitud del diámetro. Así, el valor de π es *31/6*. He aquí una interpretación que explica el origen de este valor:



A partir de un cuadrado cuyo lado mide 9 unidades, se construye un octágono de tal manera que el área de cada uno de los triángulos isósceles de las esquinas sea *4½* unidades.

Área del cuadrado =81.

Área del octágono = Área del cuadrado – Áreas de cada uno de los triángulos

= 81 – 18

= 63 (lo que es casi el área de un cuadrado de lado 8).

Puesto que el área del octágono difiere poco de la del círculo inscrito en este cuadrado, el área de un círculo será aproximadamente igual a $(8/9\, d)^2$, o $(16/9)^2\, r^2 = \pi\, r^2$, de donde $\pi = (16/9)^2$ o sea, aproximadamente, *3 1/6.*

Los egipcios utilizaban una regla precisa relativa a la circunferencia: la razón entre el área de un círculo y su circunferencia es la misma que entre el área del cuadrado circunscrito al círculo y su perímetro. Según Boyer, esta relación tiene una significación matemática mucho mayor que la aproximación a π. Además, podían calcular el área de triángulos, rectángulos y trapecios. La semejanza y la proporcionalidad no parecen haberles sido desconocidas. En el siglo XIII a. de C. dos figuras similares, aunque de dimensiones diferentes, fueron dibujadas en las paredes de la habitación donde se encuentra la tumba de Seti I.

La perla de la geometría egipcia es, indiscutiblemente, el siguiente enunciado que se encuentra en el papiro de Moscú (problema 14):

Si se os dice: una pirámide truncada de altura 6 y de bases 4 y 2; debéis tomar el cuadrado de 4 que es 16, después doblar 4 para obtener 8, tomar el cuadrado de 2 que es 4, sumar 16, 8 y 4 para obtener 28; calcular 1/3 de 6 que es 2, multiplicar 28 por 2 que da 56; véis, es 56.

Es evidente que el escritor conocía la fórmula : $V = [a^2 + ab + b^2]h/3$, que representa el volumen de un tronco de pirámide de base cuadrada. ¿Cómo fue descubierta? Se han dado varias explicaciones, pero es difícil, incluso hoy, saber el método empleado por los egipcios. Los autores de estos documentos sabían calcular la pendiente de los lados de una pirámide y su volumen. Los problemas 56, 57, 58, 59 y 60 del papiro Rhind se refieren al cálculo de la razón entre la base horizontal de la pirámide y su altura, llamada *"seqt"*.

El valor de la *"seqt"* era importante para los constructores de pirámides, pues debían mantenerla constante en los sucesivos bloques de piedra. Podemos considerarlas como las cotangentes del ángulo de inclinación de las caras de las pirámides.

La geometría en Egipto no se desarrolló como una ciencia en el sentido griego de la palabra, fue propiamente una "aritmética aplicada". El calculista tenía conocimiento de reglas, a partir de las cuales eran realizados los cálculos, pero no se ha encontrado una derivación sistemática de estas reglas.

La matemática prehelénica no contaba con nada que pudiera llamarse teorema, y menos con una prueba tal como la entendieron los griegos; sólo contaban con recetas que elevaban al rango de verdades al verificar una y otra vez que podían realizarlas. De ahí que mostraran una total indiferencia por contar con fórmulas precisas. Este plantearse de manera general los problemas es el paso que implicó tomar el camino de la generalidad y la abstracción.

Los griegos, al tratar de convertir esa especie de ciencia experimental que heredaron del Oriente en una ciencia basada en la deducción, dieron un giro que desembocó en la formalización, al demostrar los resultados mediante razonamientos y ya no por simple verificación repetitiva; así, surgen las estructuras matemáticas y los métodos de demostración. De aquí, puede decirse que los egipcios eran expertos en el método práctico y los griegos en el teórico.

Los materiales contenidos en los papiros permiten afirmar que 20 siglos antes de nuestra era, en Egipto existían elementos de matemáticas que apenas comenzaban a separarse de los problemas prácticos, pero ya apuntaban hacia una ciencia.

REFERENCIAS

[1] Boyer, Carl P. (1968). "*A history of Mathematics*". John Wiley & Sons, Inc. New York.

[2] Collette, Jean-Paul (1986). "*Historia de las Matemáticas*", tomo 1. Siglo Veintiuno Editores, S.A. de C.V. México, D.F.

[3] Chávez Rivera, Héctor (1995). "*Bosquejo histórico de la geometría griega hasta la época de Euclides*". Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV-

IPN. México, D.F.

[4] Newman, James R. (1983). "*El mundo de las matemáticas*". Colección Sigma, tomo 1. Ediciones Grijalbo, S.A. México, D.F.

[5] Ríbnikov, K. (1991). "*Historia de las Matemáticas*". Editorial Mir, Moscú.